

Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3(2 - \sqrt{2}) + 3\sqrt{2} = 6$.
- 5p 2. Calculați $f(0) \cdot f(2)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x-2} = 25$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(1,3)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B .
- 5p 6. Calculați $\cos 45^\circ + \cos 135^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $M(a) = \begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 0 & 2a \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $M\left(\frac{1}{2}\right) + M\left(-\frac{1}{2}\right) = M(0)$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $\det(M(a)) = 0$.
- 5p c) Determinați matricea $M(-2) + M(-1) + M(0) + M(1) + M(2)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 - 2X + 1$.
- 5p c) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - 1$.
- 5p a) Arătați că $2\sqrt{x}f'(x) = 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Verificați dacă dreapta de ecuație $y = \frac{1}{4}x$ este tangentă la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 4$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Calculați $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx$.
- 5p b) Arătați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + x + \ln x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Calculați aria suprafeței delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 1$ și $x = 2$.

Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3(4 - \sqrt{3}) + 3\sqrt{3} = 12$.
- 5p 2. Calculați $f(-4) + f(4)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 16$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x - 2)^2 - x^2 + 8 = 0$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 30%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4)$ și $B(2, 1)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B .
- 5p 6. Calculați $\cos A$, știind că $\sin A = \frac{1}{2}$ și unghiul A este ascuțit.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, unde b este număr real.
- 5p a) Calculați $\det A$.
- 5p b) Determinați numărul real b pentru care $A \cdot B = 2I_2$.
- 5p c) Determinați numărul real b pentru care $\det(A + B) = 0$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 + 2X$.
- 5p a) Calculați $f(1)$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X - 2$.
- 5p c) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 2)^3$.
- 5p a) Verificați dacă $f'(x) = 3x^2 + 12x + 12$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x^2}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 1$.
- 5p a) Verificați dacă funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^3}{3} + x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p b) Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 0$ și $x = 1$.
- 5p c) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3}{2} + \ln 2$.

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(3x+2)^2 = 4$.
- 5p** 2. Determinați numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 3mx + 1$ are abscisa egală cu $\frac{3}{2}$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x} = 9$.
- 5p** 4. Calculați $5C_4^2 - A_5^2$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,3)$ și $B(2,5)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului (AB) .
- 5p** 6. Calculați lungimea diagonalei BD a rombului $ABCD$ în care $AB = 4$ și $m(\sphericalangle ABC) = 120^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} -1 & 2 & x \\ 2 & -1 & x \\ x & x & 2 \end{pmatrix}$ și se notează determinantul ei cu $\Delta(x)$.
- 5p** a) Calculați $\Delta(1)$.
- 5p** b) Arătați că $\Delta(x) = 6(x^2 - 1)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați inversa matricei $A(0)$.
2. În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 - X^2 + aX + b$.
- 5p** a) Calculați $a + b$, știind că $f(1) = 0$.
- 5p** b) Pentru $a = -1$ și $b = 1$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Determinați numerele reale a și b , știind că $x_1 = 1$ și $x_2 = 2$ sunt rădăcini ale polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln x$.
- 5p** a) Verificați dacă $f'(x) = 1 + \ln x$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că funcția f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$.
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) \geq -\frac{1}{e}$, oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$.
- 5p** a) Verificați dacă funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x - \frac{1}{x} + \ln x$ este o primitivă a funcției f .

5p b) Calculați $\int_1^e x \cdot f(x^2) dx$.

5p c) Determinați numărul real $a > 1$, pentru care $\int_1^a \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = \frac{3}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3(2 + \sqrt{2}) - 3\sqrt{2} = 6$.
- 5p 2. Calculați $f(-2) \cdot f(0)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 + 1) = \log_3 1$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 1000 de lei. Determinați prețul obiectului după o ieftinire cu 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,1)$ și $R(2,3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului PR .
- 5p 6. Calculați $\cos B$, știind că $\sin B = \frac{5}{13}$ și unghiul B este ascuțit.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $\det A$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot A - xI_2 = A$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați matricele $M = \begin{pmatrix} m & m \\ m & 1 \end{pmatrix}$, știind că $\det(M + A) = 0$, unde m este număr real.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă dată de $x * y = x + y - 2$.
- 5p a) Calculați $5 * (-5)$.
- 5p b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p c) Calculați $(-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x+1)e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Verificați dacă $f''(x) + f(x) = 2f'(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
- 5p c) Arătați că funcția f are un punct de extrem.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$.
- 5p a) Calculați $\int_4^5 xf(x) dx$.
- 5p b) Arătați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = 4 + \ln x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > 5$, pentru care aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 5$ și $x = a$, este egală cu $\ln 3$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică M_tehnologic

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $5(2 + \sqrt{3}) - 5\sqrt{3} = 10$.
- 5p** 2. Determinați numărul real a știind că $f(1) = a$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x + 1) = \log_2 5$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$ și $B(3,5)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B .
- 5p** 6. Arătați că $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 3 & x \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real x știind că $B + C = A$.
- 5p** c) Arătați că $B \cdot B + B = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$.
- 5p** a) Arătați că $0 \circ (-4) = -4$.
- 5p** b) Arătați că $x \circ y = (x + 4)(y + 4) - 4$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = 12$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{3}{4}$.
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 e^x dx = e - 1$.
- 5p** b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Calculați $\int_0^1 F(x) dx$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} = 3$.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$ cu axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1} = 3^2$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 8.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(3,1)$ și $C(3,3)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p** 6. Determinați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $BC = 10$ și $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.
- 5p** a) Arătați că $\det B = -5$.
- 5p** b) Arătați că $\det A \neq 0$ pentru orice număr întreg a .
- 5p** c) Determinați numărul întreg a știind că inversa matricei A are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 5x - 5y + 30$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 5 = 5$.
- 5p** b) Arătați că $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 2x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$.
- 5p** b) Arătați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + \ln x + 2$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$ are aria mai mică strict decât 4.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 1$.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 4$ cu axa Oy .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x-1} = 9$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 3.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(4,1)$ și $C(4,4)$. Arătați că $AB = BC$.
- 5p** 6. Determinați aria triunghiului ABC dreptunghic în A știind că $AB = 6$ și $BC = 10$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot A = 5A$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x și y pentru care $A + \begin{pmatrix} x & y \\ y & -3 \end{pmatrix} = I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + xy$.
- 5p** a) Arătați că $(-1) \circ 1 = -1$.
- 5p** b) Arătați că $x \circ y = (x+1)(y+1) - 1$ pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x+1) \circ (x-3) = 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră funcția $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$.
- 5p** a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$.
- 5p** b) Arătați că $f'(x) = -\frac{1}{(x-2)^2}$, $x \in (2, +\infty)$.
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 3$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_{-1}^1 (2x+1) dx = 2$.
- 5p** b) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 2x - 1$.
- 5p** c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este o funcție crescătoare pe \mathbb{R} .

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Pentru $a = 3$ arătați că $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{5}{6}$.
- 5p** 2. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 1$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 5} = 3$.
- 5p** 4. Prețul unei imprimante este 120 de lei. Determinați prețul imprimantei după o scumpire cu 10%.
- 5p** 5. În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(2,5)$ și $C(6,5)$. Determinați perimetrul triunghiului ABC .
- 5p** 6. Calculați $\cos A$ știind că $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ și unghiul A este ascuțit.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde b este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = -2$.
- 5p** b) Determinați numărul real b pentru care $A + B = AB + C$.
- 5p** c) Arătați că $\det(B + 2C) = \det B - \det A$ pentru orice număr real b .
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + X + 2$.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p** b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f prin $X - 1$.
- 5p** c) Arătați că $(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = -2$ știind că x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.
- 5p** b) Arătați că $f'(x) = 2x - \frac{1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** c) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$.
- 5p** b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.
- 5p** c) Arătați că orice primitivă a funcției f este funcție crescătoare pe intervalul $(-1, +\infty)$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = 1$.
- 5p** 2. Determinați numărul real m știind că $f(m) = 1$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x^2 + 1} = 1$.
- 5p** 4. În anul 2013, profitul anual al unei firme a fost de 100000 de lei, ceea ce reprezintă 4% din valoarea veniturilor anuale ale firmei. Determinați valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2013.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,6)$, $B(2,6)$ și $C(5,2)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.
- 5p** 6. Arătați că $\operatorname{tg}^2 60^\circ + \operatorname{tg}^2 45^\circ = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p** b) Arătați că $2A \cdot B - B \cdot A = I_2$.
- 5p** c) Determinați numărul real x știind că $A \cdot A - xA = I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2(x + y - 1) - xy$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 2 = 2$.
- 5p** b) Arătați că $x * 2 = 2 * x = 2$ pentru orice număr real x .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x * x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$.
- 5p** b) Arătați că $f'(x) = e^x + f(x)$ pentru orice număr real x .
- 5p** c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 1}{x} = 0$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 2x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 3x^2 dx = 7$.
- 5p** b) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(1) = 2014$.
- 5p** c) Determinați numărul natural n , $n \geq 2$ știind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x} dx = \frac{13}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{1}{2} : 0,5 - 1 = 0$.
- 5p** 2. Calculați $f(-1) + f(0) + f(1)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+1} = 5$.
- 5p** 4. Un obiect costă 150 lei. Calculați prețul obiectului după o scumpire cu 30%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$ și $B(3,5)$. Determinați distanța de la punctul A la punctul B .
- 5p** 6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $AC = 5$ și $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricele $M = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det M = 4$.
- 5p** b) Arătați că $M \cdot M + 3M + 4I_2 = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Determinați numerele reale a și b astfel încât $M \cdot M \cdot M = aM + bI_2$.
- 5p** 2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 5X^2 + 5X - 1$.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p** b) Arătați că $f(a) + f(-a) + 2 \leq 0$, pentru orice număr real a .
- 5p** c) Demonstrați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 6(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $f(2012) + f(2014) \leq f(2013) + f(2015)$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) + 4) dx = \frac{1}{3}$.
- 5p** b) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x) + 5}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.
- 5p** c) Determinați numărul real a , $a > 1$, pentru care $\int_1^a \frac{f(x) + 4}{x} dx = 12$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că media geometrică a numerelor $a = 16$ și $b = 9$ este egală cu 12.
- 5p 2. Determinați numărul real m pentru care $f(2) = 0$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1} = 3^5$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie multiplu de 2.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,3)$ și $B(5,3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\sin x = \frac{1}{2}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ și $C(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -5$.
- 5p b) Arătați că $\det(A + C(-1)) = \det B$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $C(x) \cdot A - A \cdot C(x) = B$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 - 6X + 3$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 3X - 3$.
- 5p c) Demonstrați că $x_1 + x_2 + x_3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 0$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^3}{x}$.
- 5p c) Arătați că $-1 \leq f(x) \leq 3$, pentru orice $x \in [-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_2^3 \left(f(x) - \frac{1}{x}\right) dx = 5$.
- 5p b) Demonstrați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + \ln x + 2015$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 2x$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{3} = 1$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy , unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 + x + 2015$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2} = 2$.
- 5p 4. După o reducere cu 10% un obiect costă 99 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de reducere.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,1)$ și $N(4,1)$. Determinați lungimea segmentului MN .
- 5p 6. Arătați că $\sin x = \frac{4}{5}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot A = xA$.
- 5p c) Arătați că $\det(A + I_2) + \det(A - I_2) = 2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 1$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = -2$.
- 5p b) Arătați că polinomul f este divizibil cu polinomul $X + 1$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_2x_3} + \frac{1}{x_3x_1} = a(x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1)$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2) dx = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(3) = 5$.
- 5p c) Arătați că suprafața delimitată de graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = e^x \cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$, are aria egală cu $3e - 4$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{20}{7} = 2$.
- 5p 2. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(a, 0)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+3} = 4$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, acesta să fie multiplu de 15.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 2)$ și $B(4, 6)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\sin x = \frac{12}{13}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{5}{13}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -2$.
- 5p b) Arătați că $A + B = 5C$.
- 5p c) Demonstrați că $AB + BA + 4I_2 = 25C$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$.
- 5p a) Arătați că $5 \circ (-4) = -4$.
- 5p b) Arătați că $x \circ y = (x + 4)(y + 4) - 4$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x \circ x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6x(x + 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x) - 2x^3}$.
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 3x^2$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - 3x^2) dx = 15$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = 2015$.
- 5p c) Determinați numărul natural n , $n > 1$, știind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x^2} dx = 9$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(2 - \frac{1}{2}) : \frac{3}{10} = 5$.
- 5p 2. Calculați $f(-2) + f(2)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1} = 3$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, acesta să fie multiplu de 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $M(0,4)$ și $N(4,0)$. Arătați că triunghiul MON este isoscel.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $AB = 10$ și $AC = 12$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A + I_2 = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Demonstrați că $\det(A - aI_2) \geq 1$, pentru orice număr real a .
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 5X^2 + X + 5$.
- 5p a) Arătați că $f(-5) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 6X + 5$.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{x_3}{x_1 x_2} + \frac{x_2}{x_1 x_3} + \frac{x_1}{x_2 x_3} = -\frac{23}{5}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 4x(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $0 \leq f(x) \leq 1$, pentru orice $x \in [-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \sqrt{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^3 (f(x) - \sqrt{x}) dx = \frac{26}{3}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2015$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Arătați că suprafața delimitată de graficul funcției $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (f(x) - \sqrt{x})e^x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$, are aria egală cu $e(2e - 1)$.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $1 - \frac{1}{2} : 0,5 = 0$.
- 5p 2. Arătați că $2(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 8x + 15 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x+1} = 6$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, acesta să fie divizibil cu 2.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ și $B(0,8)$. Calculați lungimea segmentului AB .
- 5p 6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC , dreptunghic în A , știind că $BC = 3\sqrt{2}$ și $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A + I_2 = 2A$.
- 5p c) Determinați numerele reale a , b și c , pentru care $A \cdot \begin{pmatrix} a-2 & b \\ c+1 & 1 \end{pmatrix} = I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ (-3) = -3$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = (x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui x , pentru care $x \circ x \leq x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 7$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6x(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 11}{x - 2} = 12$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq 6$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - 3x) dx = \frac{2}{3}$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x^2) e^x dx = 3$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{3f(x)}{x}$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{12} = 1$.
- 5p** 2. Arătați că $4(x_1 + x_2) - 3x_1x_2 = 2$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 5x + 6 = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1} = 2$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 10%, prețul unui obiect este 90 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$ și $B(3,1)$. Calculați lungimea segmentului AB .
- 5p** 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{4}{5}$, arătați că $\sin x = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = -5$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot B = B \cdot A$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numărul real x , pentru care $A \cdot A - 3(A + B) = I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \frac{1}{3}xy + x + y$.
- 5p** a) Arătați că $1 * (-3) = -3$.
- 5p** b) Demonstrați că $x * y = \frac{1}{3}(x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați numerele reale nenule x , pentru care $x * \frac{1}{x} = -3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 3x}{x} = 0$.
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) \geq -2$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 + x + 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x - 1) dx = \frac{1}{5}$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^e (f(x) - x^4 - 1) \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$.
- 5p** c) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{10}{3} = 1$.
- 5p 2. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(1, 0)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - a$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} = 5$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, acesta să fie multiplu de 30.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 5)$ și $B(7, 5)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .
- 5p 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{5}{13}$, arătați că $\operatorname{tg} x = \frac{12}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 1$.
- 5p b) Arătați că $B \cdot B + A = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați numerele reale x și y , pentru care $A + B = \begin{pmatrix} 2^x & 0 \\ 0 & 4^y \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - 2X + 1$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = -2$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X + 1$.
- 5p c) Demonstrați că $(x_2 + x_3)(x_3 + x_1)(x_1 + x_2) = -3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^3 + 3x + 2$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(1-x)(1+x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = -9$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \leq 4$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - 2) dx = 0$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 e^x f(x) dx = 2e - 1$.
- 5p c) Determinați numărul real a , știind că $\int_0^a f(x) dx = \int_0^{6-a} (f(x) - 4) dx$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(1 - \frac{3}{4}\right) : \frac{1}{4} = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$. Calculați $f(-1) + f(1)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+4} = 4$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, acesta să fie multiplu de 3.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(0,5)$ și $B(5,0)$. Arătați că triunghiul AOB este isoscel.
- 5p** 6. Calculați aria triunghiului ABC , dreptunghic în A cu $AB = 4$ și $AC = 3$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot A - 2A = I_2$.
- 5p** c) Determinați numărul real x , pentru care $A \cdot B = I_2$, unde $B = \begin{pmatrix} -1 & x \\ x-1 & -1 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 5X^2 - 4$.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = 2$.
- 5p** b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X + 1$.
- 5p** c) Demonstrați că $\frac{x_2 + x_3}{x_1} + \frac{x_3 + x_1}{x_2} + \frac{x_1 + x_2}{x_3} = -3$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - x^3$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 3(1 - x^2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{f(x)} = 0$.
- 5p** c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) + x^2 - x + 1) dx = 0$.
- 5p** b) Arătați că funcția $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 1}$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 01

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $1 - \frac{1}{4} : 0,25 = 0$.
- 5p 2. Calculați $f(-1) \cdot f(1)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x - 3} = 5$.
- 5p 4. Un obiect costă 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ și $B(5,4)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B .
- 5p 6. Calculați lungimea laturii AB a triunghiului ABC , dreptunghic în A , știind că $AC = 6$ și $B = \frac{\pi}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & -1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că $\det A = -4$.
- 5p b) Arătați că $\det(A - 2B) = 0$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale x și y , pentru care $A \cdot B = B \cdot A$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ (-2) = -2$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale nenule x , pentru care $x \circ \frac{1}{x} = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x f'(x)}{f(x)} = 3$.
- 5p c) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta $y = 4x + 1$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 + x^3 + 2x$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x^3 - 2x) dx = 0$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^2 e^x (f(x) - x^5 - x^3 + 1) dx = 3e^2 + 1$.
- 5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă pe \mathbb{R} .

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$.
- 5p 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$ cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x - 1) = 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, acesta să fie divizor al lui 1000.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0, 0)$, $A(0, 3)$ și $B(4, 0)$. Calculați perimetrul triunghiului AOB .
- 5p 6. Arătați că $\sin x = \frac{3}{5}$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p b) Verificați dacă $A \cdot (A + I_2) = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați numerele reale m pentru care $\det B = 0$, unde $B = A \cdot A + mI_2$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + X^2 + 4X + 4$.
- 5p a) Arătați că $f(-1) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X^2 + 3X + 2$.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_1x_2} + \frac{1}{x_2x_3} + \frac{1}{x_3x_1} = -\frac{3}{4}$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 12x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x - 2)(x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că $-16 \leq f(x) \leq 16$, pentru orice $x \in [-2, 2]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x^4 + 3x^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 3x^2 - 1) dx = 1$.
- 5p b) Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$.
- 5p c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbb{R} .

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5} = 2$.
- 5p 2. Arătați că $\frac{x_1 + x_2 - 1}{x_1 x_2} = 1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+1} = 8$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie multiplu de 4.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 3)$ și $B(4, 0)$. Calculați perimetrul triunghiului OAB .
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 150^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 5$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $B \cdot B = 2B$.
- 5p c) Arătați că $\det(A \cdot B - B \cdot A) \geq 0$, pentru orice număr real a .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ 3 = 3$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real x , pentru care $(x \circ x) \circ x = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 6x + 2$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x^2 + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x + 2} = 3$.
- 5p c) Demonstrați că $-5 \leq f(x) \leq 9$, pentru orice $x \in [-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 - x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) + x) dx = 1$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 (4x^3 - f(x)) e^x dx = 1$.
- 5p c) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 3$.

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{4}{5} = 2$.
- 5p 2. Arătați că $\frac{x_1 + x_2 - 1}{x_1 x_2} = 1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{x+1} = 8$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să fie multiplu de 4.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 3)$ și $B(4, 0)$. Calculați perimetrul triunghiului OAB .
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 150^\circ + \sin^2 60^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 5$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $B \cdot B = 2B$.
- 5p c) Arătați că $\det(A \cdot B - B \cdot A) \geq 0$, pentru orice număr real a .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ 3 = 3$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real x , pentru care $(x \circ x) \circ x = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 6x + 2$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x^2 + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x + 2} = 3$.
- 5p c) Demonstrați că $-5 \leq f(x) \leq 9$, pentru orice $x \in [-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 - x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) + x) dx = 1$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 (4x^3 - f(x)) e^x dx = 1$.
- 5p c) Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 3$.

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(2 + \frac{1}{3}\right) : \frac{7}{6} = 2$.
- 5p 2. Arătați că $(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1$, unde x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 5x + 4 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x-5} = 2$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 25%, prețul unui televizor este 600 de lei. Determinați prețul televizorului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ și $M(8,6)$. Calculați distanța dintre punctele O și M .
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 135^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p b) Arătați că $(A+B)(B-A) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -12 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A \cdot X = B$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 3$.
- 5p a) Arătați că $1 * 2 = 0$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $(x^2) * x = -1$.
- 5p c) Determinați numerele naturale nenule n pentru care $n * n * n * n < 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x+1)(3x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x f'(x)} = \frac{1}{3}$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \geq -\frac{4}{27}$, pentru orice $x \in [-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 1) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 2017$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Determinați numărul natural n , știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=2$ are aria egală cu $n^2 - \frac{7}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(2 - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2} = 3$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 1$. Calculați $f(-1) \cdot f(1)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+2} = 9$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$, acesta să fie multiplu de 2.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(2,-1)$. Arătați că $AO = OB$.
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 45^\circ - \cos^2 60^\circ = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -8$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot A - 2A = 8I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Demonstrați că $\det(A \cdot B - B \cdot A) \geq 0$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră polinomul $f = 2X^3 + 3X^2 - X - 2$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 2$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X + 1$.
- 5p c) Determinați rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 2x^2 + 12$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 4x(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{f(x) - x^4} = -\frac{1}{2}$.
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 2x - 4$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - 2x + 4) dx = 7$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = 2017$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^a f(x) dx = a^3 - 2$.

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(4 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{8}{15} = 2$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(1,5)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să verifice egalitatea $(n-2)(n-4) = 0$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,3)$, $N(4,3)$ și $P(4,0)$. Calculați perimetrul triunghiului MNP .
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 120^\circ - \cos^2 30^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -13$.
- 5p b) Arătați că $A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -10 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B \cdot B - xI_2) = 0$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 3X^2 - X - 3$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X - 2$.
- 5p c) Demonstrați că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0$.
- 5p c) Demonstrați că $0 \leq f(x) \leq 8$, pentru orice $x \in [-1, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 5x) dx = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Arătați că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 2017$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Demonstrați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{127\pi}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x^2 + 5) = \lg 9$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 10%, prețul unui obiect este 270 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(3,5)$. Calculați distanța de la punctul $O(0,0)$ la mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, arătați că $\operatorname{tg} x = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Calculați $\det A$.
- 5p b) Arătați că $9(A+B) - (A \cdot B + B \cdot A) = 45I_2$.
- 5p c) Determinați numerele reale x , pentru care $\det(A + xI_2) = 0$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 - 6X + 8$.
- 5p a) Arătați că $f(2) = -8$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $X - 1$.
- 5p c) Demonstrați că $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 + 1)^2 = 30$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6(x-1)(x-2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - f(x)}{f'(x)}$.
- 5p c) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) + 2x) dx = \frac{2}{3}$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 e^x (x^2 - f(x)) dx$.
- 5p c) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ are aria egală cu $\frac{2}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})^2 = 20$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x$. Calculați $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8^x = 4^{2x+1}$.
- 5p 4. După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect este 250 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$, $B(1,1)$ și $C(5,5)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p 6. Arătați că $\sin 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = \cos 30^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ x & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(3)) = 3$.
- 5p b) Arătați că $A(2017+x) + A(2017-x) = 2A(2017)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numerele reale m pentru care $\det(A(2) + mA(1)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2xy + 6x + 6y + 15$.
- 5p a) Arătați că $x * y = 2(x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Arătați că $7 * 98 = 2017$.
- 5p c) Determinați numerele reale x , pentru care $x * (x+2) = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-2}$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x-3} = 0$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este convexă pe intervalul $(2, +\infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \ln x$ și $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \ln x$.
- 5p a) Calculați $\int_1^e (f(x) - \ln x) dx$.
- 5p b) Arătați că F este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Arătați că $\int_1^e f(x) F(x) dx = \frac{e^2}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(1 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{20} = 6$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x \cdot 8^{x+1} = 16^{2x}$.
- 5p 4. Determinați numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 15.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(a, a+1)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul A se află pe dreapta de ecuație $y = 2x - 1$.
- 5p 6. Demonstrați că $(2 \sin x + 3 \cos x)^2 + (3 \sin x - 2 \cos x)^2 = 13$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-1 \\ x-1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) = 3$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(2xy - x - y + 1)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numărul real a , știind că $A(a) = A(x) \cdot A\left(\frac{1}{2}\right) \cdot A(y)$, pentru orice numere reale x și y .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - \frac{xy}{4}$.
- 5p a) Arătați că $6 * 2 = 5$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $x * (4x) = 6$.
- 5p c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2019$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 + \frac{x-3}{e^x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4-x}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că funcția f este convexă pe $[5, +\infty)$.
- 5p c) Demonstrați că $x - 3 \leq e^{x-4}$, pentru orice număr real x .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x^2 + 4x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 5$.
- 5p b) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p c) Determinați numărul real a , $a > 1$, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x} dx = 13 + \ln a$.

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $6\sqrt{3} + 2(1 - \sqrt{27}) = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4$. Calculați $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(20x - 6) = \log_5 14$.
- 5p 4. După o scumpire cu 10%, un obiect costă 440 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 4)$, $B(0, 6)$ și $C(6, 0)$. Calculați distanța de la punctul A la mijlocul segmentului BC .
- 5p 6. Arătați că $\frac{\cos 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = \operatorname{tg} 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $M = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -6 & -9 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & a+2 \\ a-2 & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det M = 21$.
- 5p b) Demonstrați că $A(-a) + A(a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a .
- 5p c) Determinați numerele reale a și b pentru care $A(a) \cdot A(b) = M$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2(x + y) - \frac{xy}{2}$.
- 5p a) Arătați că $2 \circ (-2) = 2$.
- 5p b) Determinați numărul natural nenul n pentru care $n \circ \frac{1}{n} = \frac{9}{2}$.
- 5p c) Determinați numărul real y astfel încât $x \circ y = 8$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{(2-x)(2+x)}{(x^2 + 4)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați mulțimea valorilor funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 x(x+1) \left(f(x) + \frac{1}{x+2} \right) dx = 2$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 x f(x) dx = \ln \frac{9}{8}$.
- 5p c) Determinați numărul natural p , știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ are aria egală cu $\ln \left(p^2 + \frac{1}{3} \right)$.

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{7}(\sqrt{7}+1) - \sqrt{7} = 7$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2 + 9) = 2$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 40%, prețul unui obiect este 300 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(-3,2)$ și $C(0,6)$. Determinați, în triunghiul ABC , lungimea medianei din vârful C .
- 5p** 6. Arătați că $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 6 & -10 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Demonstrați că $M(a) \cdot M(b) = M(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $M(1) + M(2) + \dots + M(2019) = 2019M(a)$.
- 2.** Se consideră polinomul $f = mX^3 + 2X^2 - mX - 2$, unde m este număr real nenul.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = 0$, pentru orice număr real nenul m .
- 5p** b) Pentru $m = 3$, determinați rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Determinați numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -4$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 1.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 5$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Demonstrați că funcția f este convexă pe $[0, +\infty)$.
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) \leq 7$, pentru orice $x \in (-\infty, 1]$.
- 2.** Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{3x^2 + 6x + 7}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 f^2(x) dx = 11$.
- 5p** b) Calculați $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)} dx$.
- 5p** c) Demonstrați că, pentru orice $a \in (0, +\infty)$, suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = a$ are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{7}$.

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{13}{5} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$. Determinați numărul real m , știind că $f(m+1) = m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(2x+3) = \log_7 9$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$, acesta să fie multiplu de 3.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(4,1)$, $N(1,5)$ și $P(4,5)$. Calculați aria triunghiului MNP .
- 5p 6. Arătați că $\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin 60^\circ + \sin^2 45^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ și $M(a) = \begin{pmatrix} 1+a & -a \\ a & 1-a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -2$.
- 5p b) Demonstrați că $M(a) \cdot M(b) = M(a+b)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1) \cdot X \cdot M(2) = A$.
2. Se consideră polinomul $f = 2X^3 - 4X^2 + 4X - 3$.
- 5p a) Arătați că $f(0) = -3$.
- 5p b) Demonstrați că numărul $a = \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} + \frac{3}{x_3}$ este natural, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile lui f .
- 5p c) Demonstrați că polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^6 + 5}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{5(1-x^3)(1+x^3)}{(x^6+5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$ situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Determinați mulțimea valorilor funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = -\frac{1}{2}$.
- 5p b) Demonstrați că $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x-2)e^x + 2019$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Calculați $\int_0^1 f^2(x) f'(x) dx$.

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4$. Arătați că $f(-2) + f(2) = 4f(0)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_8(x^2 - 27) = \log_8(x - 3)^2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$, acesta să fie număr par.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 3)$ și $B(8, 3)$. Determinați coordonatele punctului C , știind că punctul B este mijlocul segmentului AC .
- 5p 6. Arătați că $\cos^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ - 2 \cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det M = 3$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(a) = 4A(a) - I_2$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\det(aA(a) + M) = 0$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + mX + 2$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(2) = 2m - 6$, pentru orice număr real m .
- 5p b) Demonstrați că, pentru orice număr real m , numărul $E = x_1^2 x_2 x_3 + x_1 x_2^2 x_3 + x_1 x_2 x_3^2$ este întreg, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Pentru $m = 3$, determinați rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 7x^3 - 5x^2 + x + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (3x - 1)(7x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x f'(x)}{f(x)}$.
- 5p c) Demonstrați că $f(x) \leq \frac{52}{49}$, pentru orice $x \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 8x - 2, & x \in (-\infty, 0] \\ x - 2, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 f(x) dx = -\frac{1}{2}$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .
- 5p c) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -1$ și $x = 0$ are aria egală cu $\frac{17}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că numărul $N = (4 + 3i)^2 + (3 - 4i)^2$ este natural, unde $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Determinați numerele reale a , știind că punctul $A(a, a)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - x^2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x + 5^{x+1} = 30$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{49}\}$, acesta să fie număr natural.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$, $B(3,5)$ și $C(2,1)$. Determinați lungimea medianei din B a triunghiului ABC .
- 5p** 6. Demonstrați că $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1,1)) = 2$.
- 5p** b) Determinați numărul natural n pentru care $A(n-1,0) + A(n+1,0) = A(2018,0)$.
- 5p** c) Determinați numărul real a , știind că există un număr real x pentru care $A(x,1) \cdot A(x,1) = A(a,-2)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 7X^2 + mX - 8$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(-1) + f(1) = -30$, pentru orice număr real m .
- 5p** b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 3X + 1$, știind că f se divide cu $X - 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x \in (-2, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este convexă pe $(-2, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = 0$.
- 5p** b) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ este egal cu $\frac{97\pi}{10}$.
- 5p** c) Determinați numărul $m \in (1, +\infty)$, știind că $\int_1^m (f(x) - x^2) \ln x dx = \frac{1}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{5}(1+2\sqrt{5})-\sqrt{5}=10$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 1$. Arătați că $f(1) = f(2)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2 - 21) = \log_5 4$.
- 5p 4. După o scumpire cu 10%, un obiect costă 220 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,8)$ și $B(0,4)$. Știind că punctul M este mijlocul segmentului AB , determinați coordonatele punctului M .
- 5p 6. În triunghiul ABC , $m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C) = 60^\circ$. Calculați cosinusul unghiului A .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricile $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p b) Arătați că $B \cdot A + B = O_2$.
- 5p c) Determinați numerele naturale n pentru care $\det(B + nA) = \det B + n \det A$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + 2y + 1$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ (-1) = 0$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ \left(-\frac{1}{2}\right) = x$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Arătați că legea de compoziție „ \circ ” **nu** admite element neutru.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(x) + \ln(x^2 + 1) < \frac{5}{2}$, pentru orice $x \in [0, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 (x+1) f(x) dx = e^2 - 1$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = 1 - \ln 2$.
- 5p c) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 e^x \ln(x+1) dx = e \ln 2$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(10 + \frac{1}{2}\right)\left(10 - \frac{1}{2}\right) = \frac{399}{4}$.
- 5p** 2. Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 10 - x$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(x^2 + 13) = 2$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 20%, prețul unei tablete este 800 de lei. Determinați prețul tabletei înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(2,7)$. Punctul M este mijlocul segmentului AB . Calculați lungimea segmentului AM .
- 5p** 6. Arătați că $2\sin^2 30^\circ - \sin^2 45^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(0)) = -2$.
- 5p** b) Arătați că $A(a) \cdot A(-a) = (2 - a^2)I_2$, pentru orice număr real a , unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $A(1) \cdot X = A(2)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + xy - x - y + 1$.
- 5p** a) Arătați că $3 * 2 = 11$.
- 5p** b) Demonstrați că $x * (-x) = 1$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $2^x * 4 = 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x + 2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x^2 + 2x + 2)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați imaginea funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 f(x)\sqrt{x^2+4} dx = \frac{5}{2}$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 (f^2(x) - 1) dx = 2 \ln \frac{5}{4}$.
- 5p** c) Determinați $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, primitiva lui f pentru care $F(0) = 0$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{3}(2\sqrt{3}+1)-\sqrt{3}=6$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 2$. Determinați numerele reale a pentru care $f(a) = 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1} = 3$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 10%, un obiect costă 180 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,1)$, $B(-4,1)$ și $C(0,4)$. Determinați lungimea înălțimii din vârful C în triunghiul ABC .
- 5p 6. Arătați că $\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ - \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p b) Arătați că $3A - A \cdot A = 2I_2$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $(xA - I_2)(xA - I_2) = 5A - I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^2 + (x+1)(y+1) + y^2$.
- 5p a) Arătați că $3 \circ (-1) = 10$.
- 5p b) Demonstrați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.
- 5p c) Demonstrați că $x \circ 1 \geq 2$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)\ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} + \ln x$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $(0,1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{x}{x^2+1} - \frac{2}{x^2+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (x^2+1)f(x) dx = -\frac{1}{6}$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(0) = 0$.
- 5p c) Arătați că $\int_1^2 \left(f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) \right) dx = \ln \frac{5}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(10 - 2 \cdot 3)(10 + 2 \cdot 3) = 64$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 7x + 10 = 0$. Arătați că $2(x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x - 2020) = 2 \log_2 3$.
- 5p 4. Un obiect costă 200 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 4)$ și $B(4, 4)$. Calculați distanța de la punctul $O(0, 0)$ la mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\sin 60^\circ + \cos 150^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & -3x \\ 0 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = 4$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $B(x) \cdot B(-x) + B(x) = A$.
- 5p c) Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $B(1) \cdot X = A$.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = \frac{x^2 + y^2}{xy}$.
- 5p a) Arătați că $3 \circ \frac{1}{3} = \frac{82}{9}$.
- 5p b) Demonstrați că $x \circ y \geq 2$, pentru orice $x, y \in M$.
- 5p c) Determinați $a \in M$, pentru care $a^2 \circ \frac{1}{a^2} = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 - 12) + 3$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3(x - 2)(x + 2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) + 6}{x - 3} = 15$.
- 5p c) Demonstrați că $-13 \leq f(x) \leq 19$, pentru orice $x \in [-2, 2]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 + x + 1$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x^5 - 1) dx = 0$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 x^{2020} (f(x) - x - 1) dx$.
- 5p c) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{x} (f(x) - x^5)$ este egal cu $\pi \left(2 \ln 2 + \frac{3}{2} \right)$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) + \frac{4}{5} = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Arătați că $f(1) \cdot f(3) = 5$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x - 6} = 2$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 25.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(0,2)$ și $C(0,-2)$. Determinați distanța de la punctul A la mijlocul segmentului BC .
- 5p** 6. Se consideră $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x = \frac{1}{4}$. Arătați că $\sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 10$.
- 5p** b) Arătați că $2B(5) + B(-1) = 3B(3)$.
- 5p** c) Determinați numărul întreg x pentru care $\det(A \cdot B(x) - B(4x)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x(y - 2) + y(x - 2)$.
- 5p** a) Arătați că $2 * 4 = 4$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x * x = 0$.
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $(x * 1) * (x + 1) = 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{2x^2 + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{-8x}{(2x^2 + 1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} (xf(x) \ln x) = 0$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 6x + 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - x^3 - 1) dx = 9$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 \frac{x^2}{f(x) - 6x} dx = \frac{1}{3} \ln 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{a^3}{5}$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $2 \cdot \left(2 - \frac{3}{4} : \frac{1}{2}\right) = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 4$. Arătați că $f(1) + g(1) = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{4-x} = 4$.
- 5p** 4. Un produs costă 70 de lei. Determinați prețul produsului după o scumpire cu 30%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3, 4)$, $B(-3, 0)$ și $C(0, 4)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , în care $AC = 2$, $BC = 4$ și unghiul A are măsura egală cu 30° . Arătați că $\sin B = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 7$.
- 5p** b) Arătați că $2B + I_2 = 3A$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A \cdot X - B \cdot X = I_2 - X$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3 - (x - 3)(y - 3)$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 3 = 3$.
- 5p** b) Arătați că $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p** c) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x * (x + 6) \geq 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4}{x} + \ln x - 5$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-4}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p** c) Arătați că **nu** există asimptotă spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 3x^2 + 3$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - e^x - 3) dx = 7$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 x(f(x) - 3x^2) dx = \frac{5}{2}$.
- 5p** c) Determinați $a \in (0, 1)$, știind că $\int_0^a \frac{1}{f(x) - f'(x)} dx = \frac{1}{6}$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 4$ și rația este $r = 5$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 1$. Arătați că $f(0) = f(1)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(3x+4) = \log_4 16$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 25%, un produs costă 350 de lei. Determinați prețul produsului înainte de scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,1)$ și $B(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul O este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul isoscel ABC , dreptunghic în A . Știind că aria triunghiului ABC este egală cu 8, determinați lungimea laturii AB .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & -2x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 3$.
- 5p** b) Arătați că $3B(2) + B(6) = 4B(3)$.
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $(B(-x) - B(x)) \cdot (B(-x) + B(x)) = A + B(3)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3x + 4y - 25$.
- 5p** a) Arătați că $3 \circ 4 = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $(2x) \circ x = 5$.
- 5p** c) Determinați numerele întregi m pentru care $m^2 \circ 1 \geq 1 \circ m^2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{3x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2}{(3x+1)^2}$, $x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că funcția f este concavă.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \ln x - 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^4 (f(x) - \ln x + 1) dx = 21$.
- 5p** b) Arătați că $\int_2^4 \frac{x}{f(x) - \ln x} dx = \frac{1}{2} \ln 5$.
- 5p** c) Determinați $a \in (1, +\infty)$ pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2} dx = \frac{a - \ln a}{a}$.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(1 + 3i)^2 - 6i = -8$, unde $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x - 7$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3-x} = 2x$.
- 5p** 4. Arătați că numărul de submulțimi cu două elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ este egal cu numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii A .
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 2)$, $B(-1, 0)$ și $C(0, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că dreapta AB conține punctul C .
- 5p** 6. Se consideră numărul real $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x + \sin \frac{\pi}{6} = 1$. Calculați $\sin x$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $M(x) = A + xB$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Demonstrați că $M(x) \cdot M(1) = xM(1)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numărul natural n , știind că $M(4) \cdot M(3) \cdot M(2) \cdot M(1) = nM(1)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y + x^2 y^2$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 2 = 7$.
- 5p** b) Demonstrați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p** c) Determinați numerele întregi x pentru care $(-2) * x \leq 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^4 - 2x + 2$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = e^x + 4x^3 - 2$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este convexă.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^3 \left(f(x) + \frac{1}{x} \right) dx = 4$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^2 \left(f(x) + \frac{1}{x} \right) \ln x dx = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$.
- 5p** c) Determinați cel mai mare număr natural nenul n pentru care $\int_1^{\sqrt{2}} x^{n+1} f^n(x) dx \geq \frac{1}{2021}$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(0,25 \cdot 10 - \frac{1}{2}\right)\left(0,25 \cdot 10 + \frac{1}{2}\right) = 6$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - ax + 1$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(2,1)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+2} + 3^x = 30$.
- 5p** 4. Un obiect costă 500 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 20%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$ și $B(8,3)$. Punctul M este mijlocul segmentului AB . Calculați distanța de la punctul M la punctul $O(0,0)$.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $AB = 5$ și $AC = 10$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = -1$.
- 5p** b) Arătați că $A \cdot A - 3A = I_2$.
- 5p** c) Se consideră matricea $X = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale. Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot X - X \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 4xy + x + y$.
- 5p** a) Arătați că $3 \circ 2 = 29$.
- 5p** b) Demonstrați că $x \circ y = \frac{(4x+1)(4y+1)-1}{4}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x \circ x \leq 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + \frac{x}{x^2+1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = e^x + \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $\frac{2-e}{2e} \leq f(x) \leq \frac{2e+1}{2}$, pentru orice $x \in [-1,1]$.

2. Se consideră funcția $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$.

5p a) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx = \frac{5}{2}$.

5p b) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, este egal cu $\frac{17\pi}{12}$.

5p c) Determinați numărul real a , știind că $\int_1^e \frac{f(x)\sqrt{x} \ln x}{x+1} dx = \frac{e^2 + a}{4}$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $5 - 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4 + 2x} = 2$.
- 5p** 4. Un produs costă 90 de lei. Determinați prețul produsului după o scumpire cu 10%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,0)$ și $M(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul M este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , în care măsura unghiului C este egală cu 30° și $AB = 3$. Arătați că $BC = 6$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p** b) Arătați că $A + 2B = 3C$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B \cdot C + x(A - C)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x + 2y)(y + 2x) + 2$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 1 = 11$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x * 0 = 4$.
- 5p** c) Demonstrați că $x * \frac{1}{x} > 7$, pentru orice număr real nenul x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 1$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 10x^2(x^2 + 2x - 3)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $2x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 3 \geq 0$, pentru orice $x \in [-3, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x + \frac{2}{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{2}{x+1} \right) dx = 12$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 6x) dx = 2 \ln 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_1^e \left(f(x) - \frac{2}{x+1} \right) \cdot \ln^2 x dx = \frac{a(e^2 - 1)}{2}$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(1,5 - 0,5) \cdot 3 - 2 \cdot 0,5 = 2$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 9$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(3x - 1) = \log_4 5$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să verifice inegalitatea $5n \leq 22$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 1)$ și $B(6, 3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC = 4$ și $BC = 5$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 6.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 2-x & x \\ x & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 5$.
- 5p** b) Arătați că $2A - B(2) = 2B(0)$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(B(x) \cdot B(1) - (x+1)A) = 1$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y - 6xy$.
- 5p** a) Arătați că $1 \circ 1 = -4$.
- 5p** b) Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p** c) Determinați numerele întregi m pentru care $m \circ (3 - m) < 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^4 + 2$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 6x^2(1 - 2x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 3x^4}{x^3 + 4} = 2$.
- 5p** c) Demonstrați că $-32 \leq 2x^3 - 3x^4 \leq \frac{1}{16}$, pentru orice $x \in [0, 2]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_2^3 (f(x) - 3e^x) dx = 5$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 x(f(x) - 2x) dx = 3$.
- 5p** c) Determinați numărul real a , știind că $\int_0^1 \frac{f'(x) - x}{2f(x) - x^2} dx = a \ln \left(e + \frac{1}{2} \right)$.

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $1 + 6 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 6$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$. Arătați că $f(3) - f(2) = 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+1} = 2$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, numărul $10 - n$ să fie par.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a, 0)$ și $B(a, 6)$, unde a este număr real. Arătați că $AB = 6$, pentru orice număr real a .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $AB = 5$ și $AC = 2AB$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 25.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = -2$.
- 5p b) Arătați că $A - 4I_2 = 3B$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X + X \cdot B = A$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy(x + y - 4)$.
- 5p a) Arătați că $2 * 3 = 6$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $1 * x = 4$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 2^{3x}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 9x^2 + 3$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3x(x - 6)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{3f(x) - xf'(x)} = \frac{2}{3}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 1)e^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = 0$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 2 - e$.
- 5p c) Determinați numărul natural n , $n > 2$, pentru care $\int_2^n \frac{x}{f(x) \cdot f(-x)} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{8}$.

Examenul național de bacalaureat 2022
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(\sqrt{8} + 1) \cdot (2\sqrt{2} - 1) - \sqrt{36} = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 5 + 2x$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f și g .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 6x} = x$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, numărul $4 \cdot n$ să fie element al mulțimii A .
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$, $B(3,4)$ și C , astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC . Arătați că triunghiul AOC este dreptunghic isoscel.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care $\sin 30^\circ \cdot \sin A = \cos 60^\circ \cdot \cos A$. Calculați $\operatorname{tg} A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a) = \begin{pmatrix} 0 & a-2 \\ 1 & 3a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 3$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot A + A = 2B(x)$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\det(B(a) \cdot A + B(3a)) = 4$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (xy + 1)(x + y)$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 2 = 9$.
- 5p** b) Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p** c) Determinați numerele naturale nenule n pentru care numărul $N = n * \frac{1}{n}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x - \frac{x^2}{2}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = x(e^x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x^2} = 0$.
- 5p** c) Arătați că $f(x) \leq f(x^2)$, pentru orice $x \in (-\infty, 0]$.
2. Se consideră funcția $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x}{x+4}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (x+4)f(x) dx = 6$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^4 \frac{1}{x} \cdot f(x^2) dx = 4 \ln 2$.
- 5p** c) Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă.

Examenul național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_3 = 6$ și $a_4 = 9$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 3$. Determinați numerele reale a pentru care $f(a) = g(a)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+3) = 2$.
- 5p** 4. În urma unei scumpiri cu 30%, prețul unui produs a crescut cu 60 de lei. Determinați prețul produsului după scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,1)$, $B(2,3)$ și dreapta d de ecuație $y = 2x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că mijlocul segmentului AB aparține dreptei d .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , cu $AB = AC$, $BC = 12$ și măsura unghiului B egală cu 45° . Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 36.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & x \\ 1 & 2x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(0)) = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care $2A(4) + A(-2) = aA(2)$.
- 5p** c) Arătați că, dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X \cdot A(1) = A(m)$, unde m este număr întreg, atunci matricea X are toate elementele numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x+y)(x-1)(y-1) + 1$.
- 5p** a) Arătați că $2 * 1 = 1$.
- 5p** b) Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** c) Determinați numerele naturale n pentru care $n * (1-n) \geq n^2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+3}{x^2} + \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $\ln \frac{x}{3} \geq \frac{2}{3} - \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{e^x}{2} + 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{e^x}{2} \right) dx = 4$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 2x(f(x)-1)dx = \frac{5}{3}$.

5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_{-1}^0 (f(x)-x) \cdot f(x)dx = \frac{(3e+1)(3e+a)}{8e^2}$.